Curso de Física Estatística

2^a Lista - 1^0 semestre 2012

Capítulos 2 do Salinas ou Reif e cap 4 Salinas

- (+) Duas variáveis aleatórias contínuas x e y, independentes uma da outra, são descritas por densidades de probabilidades $p(x)$ e $q(y)$.

  a) Obtenha a densidade de probabilidade $w(z)$ para a variável $z = x+y$

  b) Obtenha o valor médio $< z >$ e o segundo momento $< z^2 >$ em termos de $< x >$,$< y >$,$< x^2 >$ e $< y^2 >$.

- Salinas 2.1 - Os núcleos dos átomos de certos sólidos cristalinos têm spin $s = 1$. De acordo com a teoria quântica, cada núcleo pode ter três estados quânticos de spin (com $m = +1$, 0 ou -1). Esse número quântico mede a projeção do spin nuclear ao longo do eixo cristalino do sólido. Como a distribuição de carga nuclear não é esfericamente simétrica, a energia do núcleo depende da orientação do seu spin em relação ao campo elétrico local. Assim, um núcleo nos estados $m = \pm 1$ tem energia $D > 0$ e um núcleo no estado $m = 0$ tem energia nula. O hamiltoniano de spin desse sistema de N núcleos localizados pode ser escrito na forma

$$H = D \sum_{j=1}^{N} S_j^2$$

  onde a variável de spin S_j pode assumir os valores +1, -1 ou 0. Obtenha o número de estados microscópicos acessíveis ao sistema com energia total U.

- Salinas 2.3 (Reif 2.2) Considere um sistema unidimensional clássico constítuido por duas partículas não interagentes de mesma massa m . O movimento dessas partículas está restrito a uma região do eixo entre $x = 0$ e $x = L > 0$. Sejam x_1 e x_2 as coordenadas de posição das partículas e p_1 e p_2 os momentos canonicamente conjugados. A energia total desse sistema está entre E e $E + \delta E$. Desenhe a projeção do espaço de fase no plano definido pelas coordenadas de posição. Indique a região desse plano que é acessível ao sistema. Repita agora seus desenhos no plano definido pelas coordenadas de momento.

- Salinas 2.6 Desprezando toda a complexidade do espaço de fase clássico, considere um sistema de N partículas distínguiveis, muito fracamente interagentes, que podem ser encontradas em dois estados, com energia nula ou com energia $\epsilon > 0$, respectivamente. Dada a energia total U desse sistema, obtenha uma expressão para o número de estados microscópicos correspondentes $\Omega(U, N)$. Obtenha então a entropia por partícula , $s = s(u)$, onde $u = U/N$ (use o limite termodinâmico). Obtenha a energia por partícula u em função da temperatura T. Obtenha uma expressão para o calor específico c em função da temperatura T. Esboce um gráfico de c contra T, verificando o máximo arredondado característico do efeito Schottky.

- (Salinas 2.4) (+) A posição de um oscilador harmônico clássico unidimensional é dada por $x(t) = Acos(wt+\phi)$ onde A, w e ϕ são constantes positivas.

  a) Calcule $p(x)dx$, a probabilidade de encontrar a posição do oscilador entre x e $x+dx$. Note que em uma oscilação, de período T, o oscilador passa um tempo dT dentro do intervalo de x considerado, então

  $$p(x)dx = \frac{dT}{T}$$

  Faça um gráfico de p(x) como função de x.

  b) Considere agora o espaço de fase clássico de osciladores harmônicos unidimensionais de energia E. A região acessível corresponde a uma elipse. Mostre que a densidade de probabilidade também pode ser obtida pela razão entre o comprimento do segmento de elipse definido pelo intervalo dx e o perímetro total da elipse. Este é um dos poucos exemplos onde podemos verificar a validade da hipótese ergódica e do postulado das probabilidades iguais a priori.

- (Salinas 2.7) No modelo de gás de rede se divide o volume acessível às moléculas em V células de volume v_0. Cada célula pode estar vazia ou ocupada por uma única partícula. Encontre o número de maneiras de distribuir N partículas distinguíveis entre as V células

$(0 \leq N \leq V)$. Como sua resposta seria alterada se as partículas fossem indistinguíveis?

- Salinas 2.8 Os átomos de um sólido cristalino podem ocupar uma posição de equilíbrio, com energia nula, ou uma posição deslocada, com energia $\epsilon > 0$. A cada posição de equilíbrio corresponde uma única posição deslocada. Dados o número N de átomos e a energia total U, calcule o número de estados microscópicos acessíveis ao sistema.

- (Salinas 4.5) Ainda considerando o modelo de gás de rede, partículas indistinguíveis.

  a) Obtenha a entropia por partícula $s(v)$, onde v é o volume médio por partícula, dado por $v = V v_0/N$.

  b) A partir da equação fundamental determinada no item anterior, obtenha a equação de estado para p/T.

  c) Escreva a equação do item anterior em termos do número médio de partículas por unidade de volume $\rho = 1/v$. Faça uma expansão em torno de $\rho = 0$ (baixa densidade), calculando seus três primeiros termos não nulos. Esta é a expansão virial e os coeficientes dessa expansão são os coeficientes viriais do gás. Mostre que truncando a expansão em primeira ordem obtemos a lei de Boyle para gases ideais.

- Salinas 4.1 Considere um modelo de N íons magnéticos localizados, definido pelo hamiltoniano de spin

$$H = D \sum_{j=1}^{N} S_j^2$$

  onde a variável S_j pode assumir os valores -1, 0, +1, para qualquer j . Dada a energia total E, utilize a expressão do número de estados microscópicos acessíveis ao sistema , $\Omega(E, N)$, para obter a entropia por partícula , $s = s(u)$, onde $u = E/N$. Obtenha uma expressão para o calor específico c em função da temperatura T. Esboce um gráfico de c contra T, verificando o máximo arredondado característico do efeito Schottky. Escreva agora uma expressão para a entropia como função da temperatura. Quais os valores limites da entropia para $T \to 0$ e para $T \to \infty$?